

APRENDIZAJES BÁSICOS

•• MATEMÁTICAS – GRADO 8° ••

LO MÍNIMO QUE UN ESTUDIANTE DEBERÍA SABER SOBRE EL USO DE LAS MATEMÁTICAS AL FINALIZAR GRADO 8°

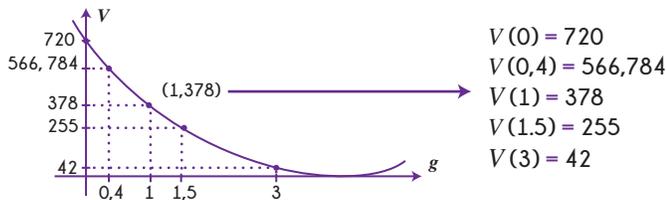
1 Comprende sin un lenguaje formal la noción de función como una regla f , que a cada valor x , le asigna un único valor $f(x)$ y reconoce que su gráfica está conformada por todos los puntos $(x, f(x))$. También comprende que una función sirve para modelar relaciones de dependencia entre dos magnitudes. Por ejemplo: Una caja (sin tapa) de base $8 \text{ dm} \times 9 \text{ dm}$ y altura 10 dm se construye con tablas de grosor g .

El volumen interno de la caja, V , es una función del grosor de las tablas, g . La función $V(g)$ (que se lee "V de g") está dada por:

$$V(g) = 720 - 412g + 74g^2 - 4g^3$$

En general, dado el grosor de las tablas, se puede calcular el volumen interno de la caja. Por ejemplo, si las tablas tienen un grosor de 4 cm (es decir, $0,4 \text{ dm}$), el volumen interno será de $566,784 \text{ dm}^3$:

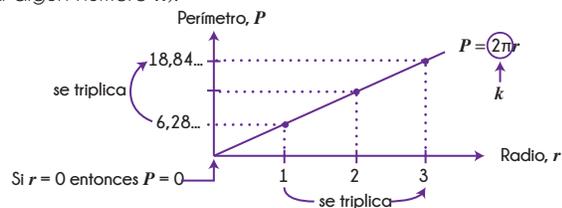
$$V(0,4) = 720 - 412(0,4) + 74(0,4)^2 - 4(0,4)^3 = 566,784$$



$$\begin{aligned} V(0) &= 720 \\ V(0,4) &= 566,784 \\ V(1) &= 378 \\ V(1,5) &= 255 \\ V(3) &= 42 \end{aligned}$$

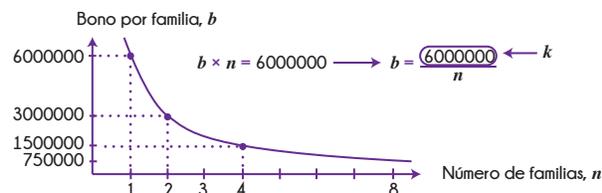
2 Resuelve problemas de proporcionalidad directa e inversa usando razones o proporciones, tablas, gráficas o ecuaciones. En particular sabe que la gráfica que corresponde a una relación de proporcionalidad directa es una recta que pasa por el origen y que la gráfica que corresponde a una relación de proporcionalidad inversa no es una recta. Por ejemplo:

• ¿Qué sucede con el perímetro de un círculo cuando el radio se triplica? La relación entre el radio, r , y el perímetro, P , está dada por $P = 2\pi r$, por lo tanto P y r son directamente proporcionales (A y B son **directamente proporcionales** si y sólo si $A = kB$, para algún número k).



Cuando el radio se triplica, el perímetro también se triplica.

• A y B son **inversamente proporcionales** si y sólo si $A = \frac{k}{B}$, para algún número k . Por ejemplo: Se cuenta con 6 millones de pesos para repartir equitativamente entre las familias que se presenten.



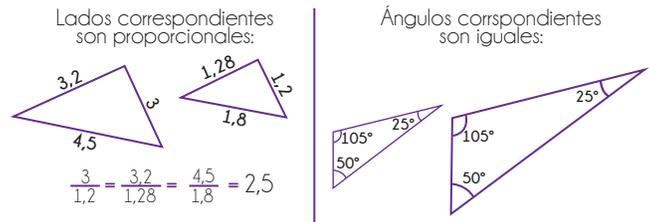
El bono que recibe cada familia es inversamente proporcional al número de familias que participan en el reparto.

3 Realiza diagramas y maquetas estableciendo una escala y explicando su procedimiento. Comprende cómo se transforma el área de una región o el volumen de cierto objeto dada cierta escala. Por ejemplo:



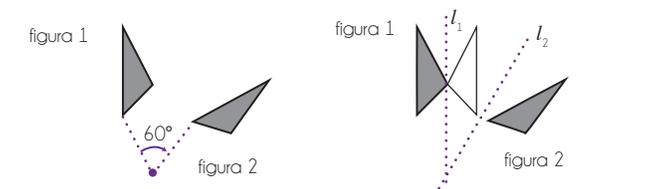
• Una maqueta que tiene una escala de $1 \text{ mm} : 15 \text{ cm}$. Si una construcción de $3 \text{ mm} \times 7 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$ en la maqueta tiene un volumen de 210 mm^3 , entonces el modelo real tiene un volumen de $210 \times (15)^3 \text{ cm}^3$.

4 Usa distintos criterios para identificar cuándo dos triángulos son semejantes. Por ejemplo:



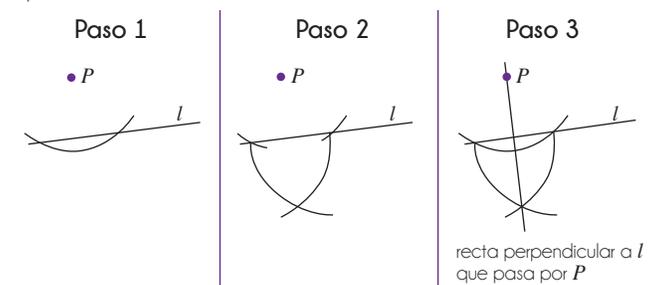
En el caso de semejanza de polígonos, ambas condiciones son necesarias.

5 Utiliza transformaciones rígidas para justificar que dos figuras son congruentes. Por ejemplo: Para llegar de la figura 1 a la figura 2 se puede hacer una rotación o dos reflexiones.



6 Realiza construcciones geométricas usando regla y compás. Por ejemplo:

• Construye un triángulo equilátero.
• Construye la perpendicular a una recta dada, pasando por un punto dado.



APRENDIZAJES BÁSICOS

MATEMÁTICAS – GRADO 8°

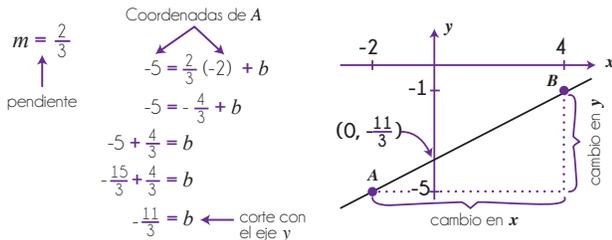
7

Reconoce que la gráfica de $y = mx + b$ es una línea recta.

- Encuentra la ecuación de la recta ($y = mx + b$) que pasa por dos puntos dados y comprende el significado gráfico de m y b . Por ejemplo: Dados los puntos $A(-2, -5)$ y $B(4, -1)$, primero calcula la pendiente

$$m = \frac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x} = \frac{-1 - (-5)}{4 - (-2)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Luego, en la ecuación $y = \frac{2}{3}x + b$, reemplaza las coordenadas de A o B para encontrar el valor de b .



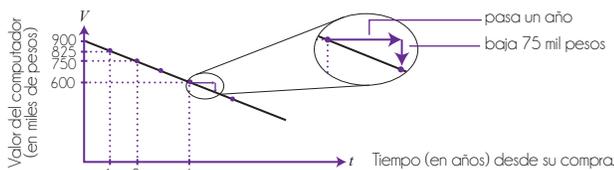
- Comprende que para calcular la pendiente (m) de una recta se puede utilizar dos puntos cualesquiera sobre la recta.



- Comprende que cualquier pareja de puntos (x, y) que satisfaga la relación $y = mx + b$ corresponde a un punto sobre la línea, y cualquier punto (x, y) sobre la línea satisface la relación $y = mx + b$. Por ejemplo, el punto $(-2, 9)$ está sobre la recta $y = 5 - 2x$ (pues $9 = 5 - 2(-2)$), pero el punto $(3, 1)$ no está sobre la recta (pues $1 \neq 5 - 2(3)$).

8

Usa su conocimiento sobre funciones lineales ($f(x) = mx + b$) para plantear y solucionar problemas. Por ejemplo: Un computador costó \$900 000. Su valor baja \$75 000 cada año.



| t | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | ... | t |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---------------------|
| V | 900 | 825 | 750 | 675 | 600 | ... | $900 - 75 \times t$ |

Función:
 $V(t) = 900 - 75t$

$$900 - 75 \times 1 \rightarrow 900 - 75 \times 2 \rightarrow 900 - 75 \times 3$$

$$\text{pendiente} = \frac{\text{cambio en el valor del computador}}{\text{cambio en el tiempo}} = \frac{-75 \text{ mil pesos}}{+1 \text{ año}} = \frac{-75}{1} \text{ mil pesos/año}$$

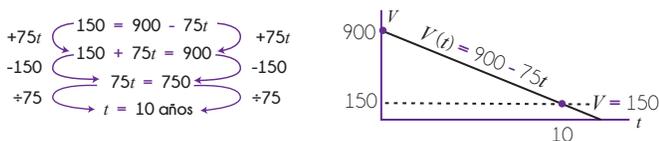
$$\text{pendiente} = -75 \text{ mil pesos/año}$$

¿Cuál será su valor 7 años después de haberlo comprado?

$$V = 900 \text{ mil pesos} - 7 \text{ años} \times 75 \text{ mil pesos/año}$$

$$= 900 \text{ mil pesos} - 525 \text{ mil pesos} = 375 \text{ mil pesos}$$

¿Cuánto tiempo después de haberlo comprado su valor será de 150 000 pesos?



9

Aplica la propiedad distributiva en expresiones simples como $(Ax + B)(Cx + D)$. Por ejemplo: En el año 1990, en la Escuela San Ambrosio, había 150 estudiantes y la matrícula costaba \$200 000. Cada año el número de estudiantes aumenta en 22. La matrícula sube \$10 000 cada año. Plantea una función para los ingresos por concepto de matrículas t años después de 1990.

- t : año desde 1990
- Número de estudiantes: $150 + 22t$
- Valor de la matrícula por estudiante: $200000 + 10000t$

$$\text{Ingresos por matrícula} = I = (150 + 22t)(200000 + 10000t)$$

$$I = 150 \times 200000 + 150 \times 10000t + 22t \times 200000 + 22t \times 10000t$$

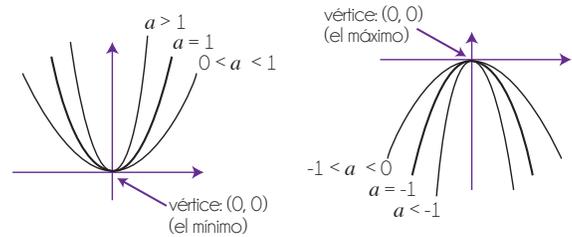
$$I = 30000000 + 1500000t + 4400000t + 220000t^2$$

$$I(t) = 30000000 + 5900000t + 220000t^2 \leftarrow \text{función cuadrática}$$

10

Factoriza expresiones cuadráticas ($ax^2 + bx + c$) usando distintos métodos. Comprende que tener la expresión factorizada es de gran ayuda al resolver ecuaciones. Por ejemplo, si quiere solucionar $x^2 + 3x = 10$, lo escribe como $x^2 + 3x - 10 = 0$, factoriza la expresión: $x^2 + 3x - 10 = (x - 2)(x + 5)$, y obtiene $(x - 2)(x + 5) = 0$. Así, $x - 2 = 0$ o $x + 5 = 0$. Por lo tanto, $x = 2$ o $x = -5$.

Reconoce que la gráfica de una función cuadrática (de la forma $g(x) = ax^2$, donde a es un número dado) es una parábola con vértice en el origen, que abre hacia arriba o hacia abajo dependiendo del signo de a y es más abierta o más cerrada que $y = x^2$ dependiendo del valor de a .



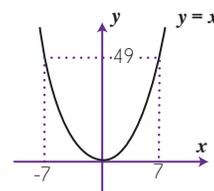
Soluciona ecuaciones cuadráticas del tipo $x^2 = d$. Por ejemplo:

$$x^2 = 49$$

$$x = \pm \sqrt{49}$$

$$x = \pm 7$$

pues $(7)^2 = 49$
y también $(-7)^2 = 49$



Note que $\sqrt{49}$ no es: 7
 $\sqrt{49} = 7$
 \sqrt{x} siempre es mayor o igual a 0.

APRENDIZAJES BÁSICOS

MATEMÁTICAS – GRADO 8°

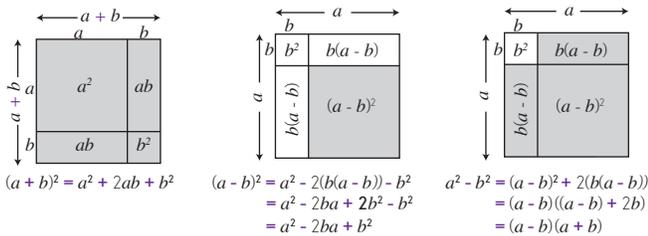
11

Utiliza identidades como:

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ a^2 - b^2 &= (a - b)(a + b)\end{aligned}$$

Para resolver problemas y las justifica algebraica o geométricamente. Reconoce errores comunes como $(a + b)^2 = a^2 + b^2$.

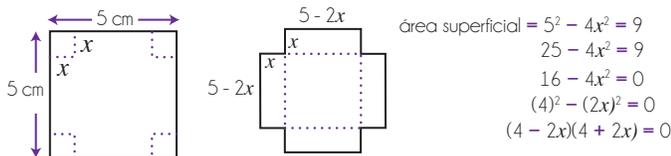
Justificación geométrica:



Justificación algebraica:

- $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = (a + b)a + (a + b)b = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a - b)(a + b) = a^2 + ab - ba - b^2 = a^2 - b^2$

Por ejemplo: Se va a construir un molde para una caja (sin tapa) a partir de un cuadrado de 5 cm de lado quitándole en cada esquina un cuadradito de lado x cm. Se quiere determinar para qué valores de x el área superficial de la caja será igual a 9 cm².



$\text{área superficial} = 9$
 $(4 - 2x)(4 + 2x) = 0$

$4 - 2x = 0 \rightarrow x = \frac{4}{2} = 2$
 $4 + 2x = 0 \rightarrow x = -\frac{4}{2} = -2$
 No tiene sentido pues x debe ser positivo.

12

Multiplica, divide, suma y resta fracciones que involucran variables (fracciones algebraicas) en la resolución de problemas. Por ejemplo: Había 8 tortas para repartir entre n niños. Tres niños se fueron antes de la repartición. ¿Cuánto más recibe cada niño? ¿Cuál es la porción extra?

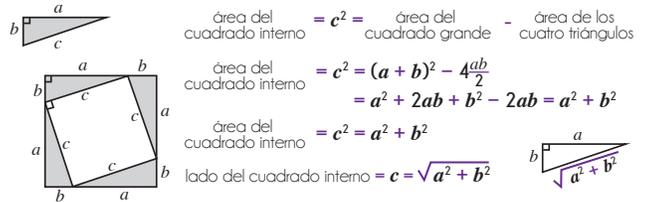
Antes, cada niño recibía $\frac{8}{n}$; Ahora, cada niño recibe $\frac{8}{n-3}$

$\text{porción extra} = \frac{8}{n-3} - \frac{8}{n} = \frac{8n}{(n-3)n} - \frac{8(n-3)}{(n-3)n} = \frac{8n - 8(n-3)}{(n-3)n} = \frac{8n - 8n + 24}{(n-3)n} = \frac{24}{(n-3)n}$

Así, si había originalmente 15 niños, cada niño recibe $\frac{24}{(15-3)15} = \frac{24}{12 \times 15} = \frac{2}{15}$. Si había originalmente 48 niños, cada niño recibe $\frac{24}{(48-3)48} = \frac{24}{45 \times 48} = \frac{1}{90}$.

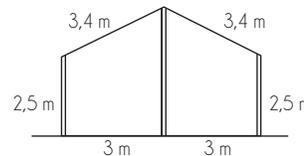
13

Conoce el teorema de Pitágoras y alguna prueba gráfica del mismo. Por ejemplo:



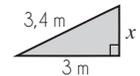
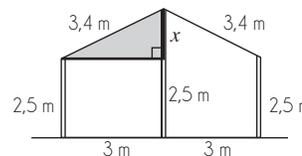
Usa el teorema de Pitágoras para verificar si un triángulo es o no rectángulo y para solucionar problemas. Por ejemplo:

Construcción



¿Cuánto mide la columna central?

Solución



$3^2 + x^2 = 3,4^2$
 $x^2 = 3,4^2 - 3^2 = 2,56$
 $x = \sqrt{2,56} = 1,6$

Conclusión

La columna central mide 4,1 m $\left(1,6 \text{ m} + 2,5 \text{ m} \right)$

Nota: Aunque la solución de $x^2 = 2,56$ es $x = \pm \sqrt{2,56} = \pm 1,6$, en este caso x es una distancia, entonces se toma la solución positiva.

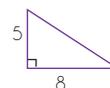
14

Conoce las fórmulas para calcular áreas de superficie y volúmenes de cilindros y prismas.

15

Usa representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales para solucionar problemas geométricos. Por ejemplo: Calcula el volumen y el área superficial de un prisma triangular a partir de sus vistas:

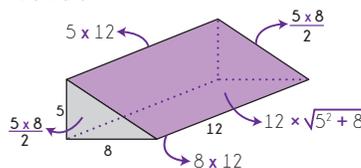
Vista frontal



Vista lateral



Solución:



Volumen (V):
 $V = \text{área base} \times \text{altura}$
 $V = 20 \times 12 = 240$

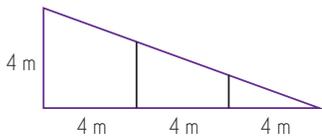
$\text{Área superficial (AS):}$
 $AS = 20 + 20 + 60 + 96 + 12 \times \sqrt{89}$
 $AS = 196 + 12\sqrt{89}$

APRENDIZAJES BÁSICOS

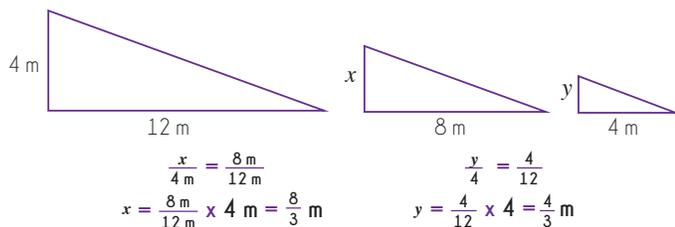
•• MATEMÁTICAS – GRADO 8° ••

16

Usa el teorema de Tales (sobre semejanza) para solucionar problemas. Por ejemplo: En la figura se muestra una rampa. ¿Cuáles deben ser las medidas de los soportes intermedios?

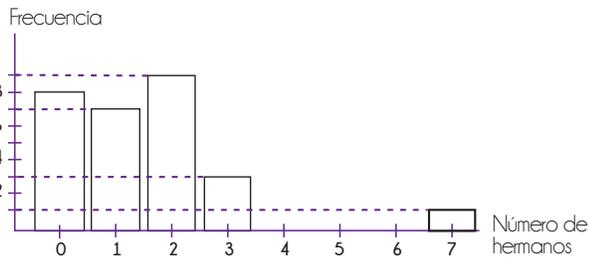


Estos tres triángulos son semejantes.



17

Calcula la media de datos agrupados e identifica la mediana y la moda. Por ejemplo: En el salón de clase hay ocho estudiantes que no tienen hermanos, siete estudiantes que tienen un sólo hermano, nueve estudiantes que tienen dos hermanos, tres estudiantes que tienen tres hermanos, y un estudiante que tiene siete hermanos. Ninguno tiene ni cuatro, ni cinco, ni seis hermanos.



Datos ordenados de menor a mayor:

$0, 0, \dots, 0, 1, \dots, 1, 2, \dots, 2, 3, \dots, 3, 7$
 8 veces 7 veces 9 veces 3 veces una vez

$0, \dots, 0, 1, \dots, 1, 1, 2, \dots, 2, 3, \dots, 3, 7$
 14 veces 14 veces
 $\frac{1+1}{2}$ ← mediana = 1 hermano

moda = 2 hermanos

media $\frac{\text{total hermanos}}{\text{total estudiantes}} = \frac{(8 \times 0) + (7 \times 1) + (9 \times 2) + (3 \times 3) + (1 \times 7)}{8 + 7 + 9 + 3 + 1}$

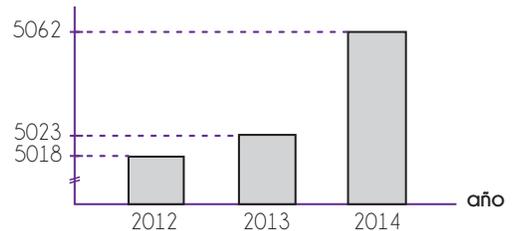
$$= \frac{0 + 7 + 18 + 9 + 7}{28} = \frac{41}{28} \approx 1,46 \text{ hermanos/estudiante}$$

- Como la mediana es 1 hermano entonces el 50% de los estudiantes tienen un hermano o menos, y el 50% de los estudiantes tienen un hermano o más. En promedio, los estudiantes de la clase tienen 1,46 hermanos.
- La moda es 2 hermanos pues es el dato más frecuente.

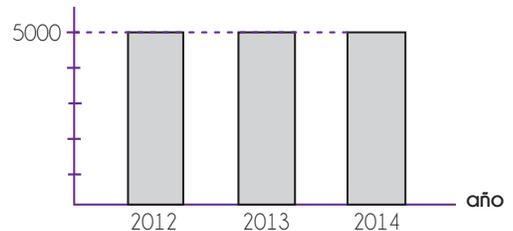
18

Comprende que distintas representaciones de los mismos datos se prestan para diversas interpretaciones. Por ejemplo: Se muestran dos representaciones del número de teléfonos celulares que se vendieron cada año en la tienda:

• (1) # de celulares vendidos



• (2) # de celulares vendidos



Aunque ambas representaciones son correctas, la escala utilizada en el eje vertical en cada caso produce interpretaciones distintas. El presidente de la compañía podría utilizar la representación (1) en una publicidad de la compañía, argumentando que el negocio va muy bien (las ventas crecen más cada año). La representación (2) podría usarla con sus empleados, argumentando que las ventas se han mantenido casi estables alrededor de 5 000 celulares al año, y diseñando con ellos nuevas estrategias de venta.